РС(Я) Муниципальный район «Мегино-Кангаласский улус»

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение «Балыктахская средняя общеобразовательная школа им. М.П.Габышева»

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ

«25 ЗАДАЧА ОГЭ»

Работа ВИНОКУРОВА САЙДАМА,

ученика 9 класса

Руководитель: ГАБЫШЕВА СВЕТЛАНА АНТОНОВНА,

учитель математики

Балыктах – 2022

Содержание

ВВЕДЕНИЕ…………………………………………………………………….3-4

1. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР………………………………………………

1.1. Признаки равенства треугольников…………………………………...4-5

1.2. Признаки подобия треугольников……………………………………..5-6

1.3. Вписанный четырехугольник, описанный четырехугольник………..6

1.4. Вписанный угол…………………………………………………………6

1.5. Свойства медианы треугольника……………………………………….7

1.6. Свойства биссектрисы треугольника…………………………………..7

1.7 Формула Герона…………………………………………………………..7

1.8. Теорема синусов…………………………………………………………7-8

1.9. Теорема косинусов………………………………………………………8

2. ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЧАСТЬ……………………………………….

2.1. Задача 1…………………………………………………………………8-9

2.2. Задача 2………………………………………………………………..9-10

2.3. Задача 3…………………………………………………………………10

2.4. Задача 4………………………………………………………………….11

2.5. Задача 5………………………………………………………………11-12

2.6. Задача 6………………………………………………………………12-13

2.7. Задача 7…………………………………………………………………13

2.8. Задача 8……………………………………………………………….13-14

2.9. Задача 9……………………………………………………………….14-15

2.10. Задача 10………………………………………………………………15

3.СТРУКТУРА ПРОЦЕССА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №25……………………16-17

ЗАКЛЮЧЕНИЕ…………………………………………………………………18

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА………………………………………...19

ВВЕДЕНИЕ

*Актуальность:* Вторая часть ОГЭ по математике содержит 6 задач, три задачи по алгебре, три задачи по геометрии. Из этих задач №22 и №25 – это задачи повышенной трудности. Анализы результатов экзамена показывают, что учащиеся не справляются с 25 задачей. По итогам октябрьских тренировочных тестирований этого года, где принимали участие учащиеся 9 класса 15 школ нашего района, ни один учащийся не приступил к решению задачи №25.

*Проблема:* необходимость разобрать решения задачи №25 второй части экзаменационной работы

*Цель:* Научиться решать задачи №25 ОГЭ по математике.

*Задачи:*

1. изучение теоретического материала;
2. исследование задач №25 ОГЭ;
3. показать решения заданий разного типа;
4. составление структуры процесса решения задач;
5. оформление результатов исследовательской работы в электронном виде.

*Гипотеза:* если разобраться с помощью каких определений, свойств геометрических фигур, с помощью каких теорем решаются такие задачи, то можно справиться с решением данных задач.

*Методы исследования:*

1) совместное обсуждение методов решения задач под руководством учителя;

2) самостоятельное изучение материала (Сдам ГИА: Решу ОГЭ)

*Объект исследования:* курс геометрии 7-9 классов.

*Предмет исследования*: задачи №25 ОГЭ по математике.

*Практическая значимость:* сдать экзамен по математике на высокий балл.

В этих задачах рассматриваются 5 простых геометрических фигур: треугольник, четырехугольник, трапеция, параллелограмм, окружность и их элементы. При исследовании задач, мы заметили, что очень часто применяются признаки равенства треугольников, признаки подобия треугольников, свойства медианы, биссектрисы треугольника, некоторых из них мы не изучаем в курсе геометрии 7-9 классов, теоремы синусов и косинусов. Почти в каждой задаче применяется метод дополнительных построений. Повторили теоретический материал. Составили структуры процесса решения 10 различных задач.

1. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

1.1. Признаки равенства треугольников

 *1 признак*: Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

 A A1

 B C B1 C1

*2 признак*: Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

 A A1

 B C B1 C1

*3 признак*: Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

 A A1

 B C B1 C1

1.2. Признаки подобия треугольников

 *1 признак*: Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

 C C1

 A B A1 B1

 *2 признак*: Если два стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

 C

 C1

 A B A1 B1

 *3 признак*: Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

 C

 C1

 A B A1  B1

1.3. Вписанный четырехугольник. Описанный четырехугольник.

 В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180 градусов.

 B C

 D

 A

1.4. Вписанный угол

 Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

 B

 A C

1.5. Свойства медианы треугольников.

10. Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника.

20. Точка пересечения двух медиан треугольника делит каждую из этих медиан в отношении 2:1 от вершины треугольника.

30. Все три медианы треугольника пересекаются в одной точке.

40. Три медианы треугольника делят любой треугольник на 6 равновеликих треугольников.

50. Длину медианы треугольника можно вычислить по формуле m=$\frac{\sqrt{2а^{2}+2с^{2}-в^{2}}}{2}$

60. Сумма квадратов медиан равна $\frac{3}{4}$ суммы квадратов сторон треугольника.

70. В прямоугольном треугольнике медиана, опущенная с вершины прямого угла равна половине гипотенузы.

1.6. Свойства биссектрисы угла, биссектрисы произвольного треугольника

10. Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от его сторон.

20**.** Если точка равноудалена от сторон неразвернутого от сторон неразвернутого угла, то она лежит на его биссектрисе.

30. Биссектриса угла треугольника делит его противоположную сторону в пропорции, равной отношению прилежащих к данному углу сторон.

1.7. Формула Герона

S=$\sqrt{p\left(p-a\right)(p-b)(p-c)}$

 b

 c

 a

1.8. Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

 B

 c a $\frac{a}{SinA} $=$\frac{b}{SinB}$ =$\frac{c}{SinC}$ = 2R

 A b C

1.9. Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

 B

 c a c2= a2+ b2- 2abCosC

 A b C

2.ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЧАСТЬ

* 1. *Углы при основании трапеции равны 39◦ и 51◦, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 19 и 17. Найдите основания трапеции.*

Дано: МN = 17, LK = 19

Найти: АД − ? ВС − ?

*39◦*

*51◦*

*О*

*М*

*В*

*L*

*D*

*А*

*С*

*К*

*N*

Рис.

Решение: Сумма углов при основании 39◦ + 51◦ = 90◦, т.е. АД – большее основание. Продлим боковые стороны АВ и СД до пересечения в точке О. N – середина АД, тогда ОN – медиана треугольника АОД, ОМ – медиана ВОС. По свойству медианы, опущенной из вершины угла, ОМ = $\frac{ВС}{2}$, ОN =$\frac{АД}{2}$ , МN = ОN – ОМ. Т.о., МN = $\frac{АД-ВС}{2}$ , LK = $\frac{АД+ВС}{2}$ . Тогда

АД – ВС =34

АД + ВС = 38, ВС=2, АД= 36

Ответ: 2 и 36

*2.2. В треугольнике АВС биссектриса ВЕ и медиана АД перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 104. Найдите стороны треугольника АВС.*

Дано: Треугольник АВС. ВЕ $перпендикулярна $АД, ВЕ=АД=104.

Найти: АВ, ВС, АС − ?

Рис.

*Е*

*В*

*С*

*К*

*А*

*D*

*Р*

Решение: Р − точка пересечения биссектрисы ВЕ и медианы АД. Треугольник АВД – равнобедренный, т.к. ВР одновременно является и высотой, и биссектрисей. Значит, Р является серединой АД, АР=РД=52, тогда ВС=2АВ. По свойству биссектрисы треугольника: $\frac{СЕ}{АЕ}$ =$\frac{ВС}{АВ}$ = 2, АС= 3 АЕ. Через точку В проведем прямую ВК, параллельную АС. По свойству параллелограмма: ВК=АС= 3АЕ. ∆АРЕ $\~$ ∆КРВ, тогда $\frac{РЕ}{ВР}$ =$\frac{АЕ}{ВК}$ = $\frac{1}{3}$ , РЕ = 26, РВ = 78. По теореме Пифагора, $АВ^{2}$ = $АР^{2}$+$РВ^{2}$ = 522+ 782= 8788, АВ = 26$\sqrt{13}$ , ВС= 52$\sqrt{13}$, $АЕ^{2}$ = $=АР^{2}$+$РЕ^{2}$=582+262= 3380 , АЕ= 26$\sqrt{5}$, АС= 3АЕ= 78$\sqrt{5}$.

Ответ: АВ = 26$\sqrt{13}$ , ВС= 52$\sqrt{13}$, АС= 78$\sqrt{5}$.

*2.3. Четырехугольник АВСД со сторонами АВ=5 и СД=17 вписан в окружность. Диагонали АС и ВД пересекаются в точке К, причем угол АКВ=60◦. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырехугольника.*

Дано: АВСД – четырехугольник, АВ=5, СД =17, АС пересекается с ВД в К, ∠АКВ=60◦

*17*

*L*

*С*

*В*

*D*

*60̊*

*5*

*А*

Найти: R описанной около АВСД окружности.

Рис.

Решение: Проведем через вершину Д прямую ДL, параллельную АС. Тогда АL=СД=17. ∠АКВ= ∠СКД= 60◦, как вертикальные. ∠СКД= ∠LДК как накрест-лежащие (ДL параллельна АС, ВД – секущая). Четырехугольник АВДL вписан в окружность, т.е. сумма противоположных углов равна 180◦:

∠LАВ= 180◦ − 60◦=120◦. Рассмотрим ∆LАВ: по теореме косинусов имеем ВL2=52+172−2$∙$5$∙$17$∙$Cos120◦=25+289-170$∙$Cos(90◦+30◦)=314+170$∙\frac{1}{2}$=314+85=399, ВL=$\sqrt{399}$ . По теореме синусов, $\frac{ВL}{Sin 120}$ = 2R, R= $\frac{ВL}{2Sin 120}$=$\frac{\sqrt{399} }{2·\frac{\sqrt{3}}{2}}$ =$\sqrt{133}$.

Ответ: R= $\sqrt{133}$

2.4. *В треугольнике АВС известны длины сторон АВ=14, АС=98, точка О − центр окружности, описанной около треугольника АВС. Прямая ВД, перпендикулярная прямой АО, пересекает сторону АС в точке Д. Найдите СД.*

*А*

*D*

*В*

*E*

*O*

*F*

*С*

Дано: АВ=14, АС=98

Найти: СД − ?

Рис.

Решение: Через вершину А и центр окружности О проведем прямую, которая пересекает окружность в точке Е. ∠АВЕ опирается на диаметр описанной окружности, значит он прямой. Треугольники АВЕ и АВF – прямоугольные, ∠ВАЕ – общий, тогда по первому признаку эти треугольники подобны: $\frac{АЕ}{АВ}=\frac{АВ}{АF}$, АВ2 =АF$∙$АЕ. ∠ЕСА − вписанный и опирается на диаметр, значит он тоже прямой. Треугольники АЕС и АFД тоже подобны: $\frac{АЕ}{АД}=\frac{АС}{АF}$, АД=$\frac{АЕ∙АF}{АС}$ =$\frac{АВ^{2}}{АС}$ = $\frac{14^{2}}{98}$ = 2, СД= АС−АД= 98−2=96

Ответ: СД = 96

*2.5. Окружности радиусов 12 и 20 касаются внешним образом. Точки А и В лежат на первой окружности, точки С и Д – на второй. При этом АС и ВД – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми АВ и СД.*

Дано: R1=12, R2 = 20

*О*1

*А*

*В*

*С*

*Р*

*D*

*О*

*Q*

Найти: ВQ -?

Решение: Расстояние между центрами ОО1=12+20=32. Опустим перпендикуляр ОР из центра меньшей окружности на радиус О1С второй окружности. Тогда О1Р = О1С – РС = 20 – 12= 8. Рассмотрим $∆$ОРО1: ОР=$\sqrt{32^{2}-8^{2}}$=$\sqrt{1024-64}$=$\sqrt{960}$=8$\sqrt{15}$. ОР=АС=ВД. Опустим перпендикуляр ВQ на СД, это и есть искомое расстояние между АВ и СД. Прямоугольные треугольники ВQД и ОРО~~1~~ подобны: $\frac{ВQ}{ВД}$ = $\frac{ОР}{ОО\_{1}}$ , ВQ = =$\frac{8\sqrt{15}\*8\sqrt{15}}{32}$=$\frac{64\*15}{32}$ = 30

Ответ: ВQ = 30

*2.6. Боковые стороны АВ и СД трапеции АВСД равны соответственно 6 и 10, а основание ВС равно 1. Биссектриса угла АДС проходит через середину стороны АВ. Найдите площадь трапеции.*

Дано: АВ=6, СД=10, ВС=1, ДМ – биссектриса, АМ=ВМ

Найти: Sтрап − ?

Рис.

*С*

*В*

*А*

*Р*

*М*

*К*

*D*

Решение: Продолжим биссектрису ДМ до пересечения с прямой ВС в точке К. ∠СКД = ∠АДК как накрест лежащие, ∠АДК = ∠СДК= ∠СКД. Отсюда ∆СКД – равнобедренный, КС=СД=10. ВК=СК−ВС=10−1=9. ∠КМВ=∠АМД как вертикальные, ∠КМВ= ∠МАД как накрест лежащие. Отсюда следует, что ∆КВМ=∆МАД, АД=КВ=9. Проведем СР, параллельную АВ; ВС, параллельную АД. Отсюда следует, АВСР – параллелограмм, АР=ВС=1, СР=АВ=6. Рассмотрим ∆СРД: СД2= СР2+РД2=62+82=100, СД=10. СР – высота трапеции.

Sтрап = $\frac{ВС+АД}{2}$ $∙$ СР= $\frac{1+9}{2}∙$6=30. Ответ: Sтрап = 30

*2.7. Биссектриса СМ треугольника АВС делит сторону АВ на отрезки АМ = 4 и МВ=9. Касательная к окружности, описанной около* ∆*АВС, проходит через точку С и пересекает прямую АВ в точке Д. Найдите СД.*

Дано: СМ – биссектриса, АМ=4, МВ=9, СД – отрезок касательной

Найти: СД −?

Рис.

*D*

*В*

*С*

*М*

*А*

*9*

*4*

Решение: ∠АВС – вписанный, значит равен половине дуги АС. В свою очередь ∠АСД тоже равен половине дуги АС, значит они равны: ∠АВС= ∠АСД. Треугольник АСД подобен ∆СВД (∠ВДС − общий, ∠АВС=∠АСД.): $\frac{СД}{ВД}$ =$\frac{АС}{ВС}$ = $\frac{АД}{СД}$ Биссектриса угла делит сторону треугольника на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам: $\frac{АС}{ВС}$ = $\frac{АМ}{ВМ}$ = $\frac{4}{9}$ . Получаем АД= $\frac{4}{9}$ СД, ВД = $\frac{9}{4}$ СД, ВД=АД+АВ= АД + 4+9=АД+13. Найдем СД: $\frac{9}{4}$ СД= $\frac{4}{9}$ СД +13, $\frac{9}{4}$ СД − $\frac{4}{9}$ СД= 13, $\frac{81-16}{36}$ СД = 13, $\frac{65}{36}$ СД = 13, СД = 7,2.

Ответ: СД = 7,2

*2.8. В треугольнике АВС на его медиане ВМ отмечена точка К так, что ВК:КМ= 6:7. Прямая АК пересекает сторону ВС в точке Р. Найдите отношение площади треугольника ВКР и площади треугольника АВК.*

Дано: $∆$АВС, ВМ − медиана, К лежит на медиане: ВК:КМ=6:7, АК$ ∩$ ВС = Р

*D*

*В*

*Р*

*С*

*А*

*К*

*7*$S\_{1}$

*7*$S\_{1}$

$$6х$$

*М*

*3S*

*7S*

*6*$S\_{1}$

*7*$х$

Найти: $\frac{S\_{ВКР}}{S\_{АВК}}$ − ?

Рис.





Решение: Рассмотрим $∆$АКС: Медиана КМ разбивает $∆АКС$ на два равновеликих треугольника. Пусть их площади равны по 7S1. Поскольку

$\frac{S\_{АВК}}{S\_{АМК}}$ = $\frac{ВК}{МК}$ = $\frac{6}{7}$, получаем что SАВК=6S1. SАВС= 26 S1. Проведем ВД$ ∥АС.$

$∆$ВКД$\~∆$АКМ, к=$\frac{6}{7}$, $\frac{ВД}{АМ}$= $\frac{6}{7}$, ВД=$\frac{6АМ}{7}$. $∆$ВДР$\~∆$АСР, к=$\frac{ВД}{АС}$ =$\frac{\frac{6АМ}{7}}{2АМ}$ =$\frac{3}{7}$. Высоты треугольников ВРК и РКС совпадают, т.е. $\frac{ S\_{ВКР}}{S\_{РКС} }$=$ \frac{3S}{7S}$. Имеем 3S+$7S$+7S1+7S1+6S1=26 S1= SАВС. 10S=6 S1, S1=$\frac{5S}{3}$. Тогда $\frac{S\_{ВКР}}{S\_{АВК}}$=$\frac{3S}{6S\_{1}}$=$\frac{3S}{6\*\frac{5S}{3}}$ =$\frac{3}{10}$

Ответ: $\frac{S\_{ВКР}}{S\_{АВК}}$ = $\frac{3}{10}$

*2.9. Биссектрисы углов А и В параллелограмма АВСД пересекаются в точке К. Найдите площадь параллелограмма, если ВС=6, а расстояние от точки К до стороны АВ равно 6.*

Дано: АВСД – параллелограмм. Биссектрисы углов А и В пересекаются в точке К. ВС=6, КN = 6

*D*

*А*

*В*

*С*

*К*

*Н*

*М*

*N*

Найти: Sпаралл- ?

Рис.

Решение: Проведем через точку К высоту МN. Отметим КН – расстояние от точки К до АВ. Рассмотрим треугольники АНК и АNК, они прямоугольные и равны. Отсюда НК = КN = 6. Аналогично, $∆ВКН=∆ВКМ$, отсюда следует МК= КН=6, МN = 6+6 = 12, Sпаралл= 6$∙$12 = 72

Ответ: Sпаралл = 72

*2.10. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 15 и 13, а средняя линия равна 7.*

Дано: АВСД – трапеция, АС=13, ВД=15, МN = 7

Найти: $S\_{ }$трап – ?

Рис.

*D*

*А*

*В*

*С*

*М*

*13*

*15*

$$D\_{1}$$

*N*

*a*

*b*

*h*

Решение: Проведем СД1$∥$ВД. Рассмотрим $∆$АСД1: АС = 13, СД1 = 15. АД1= =АД+ДД1 =*a*+*b*=14. Полупериметр p = $\frac{13+14+15}{2}$ = 21. По формуле Герона SАСД1=$\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$=

$=\sqrt{21\*8\*7\*6}$=$\sqrt{3\*7\*2\*2\*2\*7\*2\*3}$ = 4\*7\*3=84. Высота $∆$АСД1 и трапеции равна h.

 84 = $\frac{1}{2}$ $∙$14$∙$h, h = 12

Sтрап = $\frac{a+b}{2}$ $∙$h = 7$∙$12 = 84

Ответ: Sтрап = 84

1. СТРУКТУРА ПРОЦЕССА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №25

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ЧТО ДАНО | ЧТО НУЖНО НАЙТИ | МЕТОД РЕШЕНИЯ | ЧТО ПРИМЕНИТЬ |
| 1)Трапеция: углы при основании, которые в сумме дают 90◦, длины отрезков, соединяющих середины противоположных сторон | Основания трапеции | Метод дополнительного построения: продолжить боковые стороны до пересечения  | 1)свойство медианы, опущенной из прямого угла2) составить систему двух уравнений относительно оснований |
| 2)Трапеция: боковые стороны, одно из оснований, биссектриса острого угла | Площадь трапеции | Метод дополнительного построения: продолжить биссектрису до пересечения с известным основанием | 1)Теорему о вертикальных углах2)Аксиома параллельных прямых (н-л углы равны)3) Признак равенства треугольников |
| 3)Трапеция: диагонали, средняя линия | Площадь трапеции | Метод дополнительного построения: провести с вершины С прямую СД1параллельную диагонали ВД. | 1)площадь полученного треугольника и площадь трапеции равны2) по формуле Герона находим площадь треугольника |
| 4)Треугольник: биссектриса ВЕ, медиана АД, ВЕ = АД, ВЕ$⊥$АД | Стороны треугольника | Метод дополнительного построения: проведем ВК$∥$АС | 1)свойство биссектрисы угла треугольника2) признак подобия треугольников 3)Теорема Пифагора |
| 5)Треугольник: стороны АВ,АС, О – центр описанной окружности, ВД$⊥$АО и пересекает АС в точке Д | СД | Метод дополнительного построения: через А и О провести прямую, которая пересекает окружность в точке Е. | 1)вписанный угол, опирающийся на диаметре2)признак подобия треугольников |
| 6)Треугольник: описанная окружность, биссектриса СМ делит АВ на АМ и МВ, касательная СД$∩$АВ=Д | СД |  | 1)теорема о вписанном угле, два раза2)признак подобия треугольников3)свойство биссектрисы треугольника |
| 7)Треугольник: К$\in $медиане ВМ:ВК:КМ=6:7,АК$∩ВС=Р$ | $$\frac{S\_{ВКР}}{S\_{АВК}}$$ | Метод дополнительного построения: построим ВД$∥$ АС | 1)свойство медианы треугольника2) подобие треугольников |
| 7)вписанный четырехугольник:, стороны АВ и СД, АС$∩$ ВД=К, $∠АКВ$ | R описанной окружности | Метод дополнительного построения: построить ДL$∥$ АС | 1)теорема о вертикальных углах2)аксиома параллельных прямых3) теорема о противолежащих углах вписанного четырехугольника4) Теорема косинусов5) теорема синусов |
| 8)Параллелограмм: биссектрисы углов А и В пересекаются в точке К, ВС, расстояние от К до АВ | Площадь параллелограмма |  | Признак равенства треугольников |
| 9)Окружности разных радиусов , касающиеся внешним образом, А иВ – точки первой окружности, С и Д –точки второй окружности | Найти расстояние между АВ и СД | Метод дополнительного построения: опустим перпендикуляр из центра меньшей окружности к радиусу второй окружности | 1)Теорема Пифагора2) Подобие треугольников |

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследовательской работы мы повторили весь теоретический материал курса геометрии 7-9 классы. Выяснили основной метод решения задач №25 – это метод дополнительных построений. Составили структуру процесса решения десяти различных задач, которая способствует выработке устойчивых навыков безошибочных действий на экзамене и тренировке выполнения задачи №25. Оформили результаты исследовательской работы в электронном виде.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНТЕРНЕТ РЕСУРСОВ

1. Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев и др. Геометрия 7-9. М.Просвещение,2018.

2. И.Р.Высоцкий и др. Математика ОГЭ 2023. Типовые варианты экзаменационных вариантов. М.Экзамен,2023.

3. https://oge.sdamgia.ru/ - образовательный портал «Сдам ГИА: Решу ОГЭ»